*Факультет программной инженерии и компьютерной техники*

*Направление подготовки: 09.03.04 – Программная инженерия,*

*Системное и прикладное программное обеспечение*

*Дисциплина «Дискретная математика»*

**Домашняя работа №2**

**Вариант №82**

Выполнил:

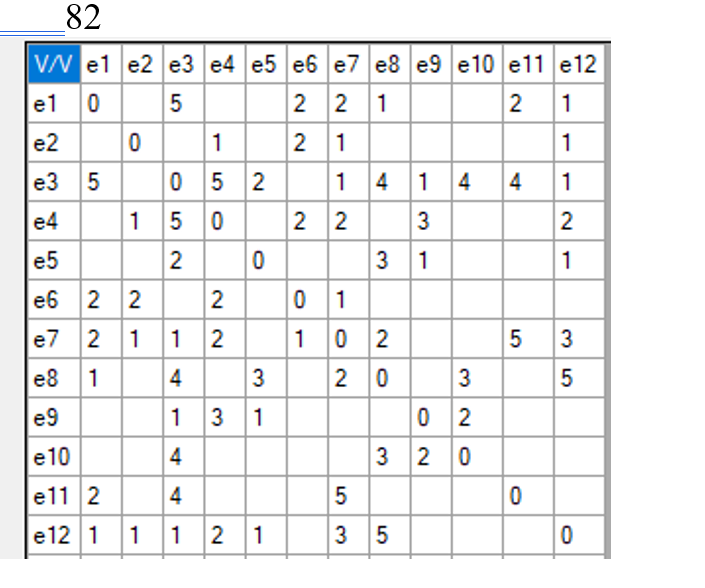
Ткачев Денис Владимирович

Группа P3111

Преподаватели:

Поляков Иван Владимирович

Исходный граф:



|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **V/V** | **e1** | **e2** | **e3** | **e4** | **e5** | **e6** | **e7** | **e8** | **e9** | **e10** | **e11** | **e12** |
| **e1** | *0* |  | *5* |  |  | *2* | *2* | *1* |  |  | *2* | *1* |
| **e2** |  | *0* |  | *1* |  | *2* | *1* |  |  |  |  | *1* |
| **e3** | *5* |  | *0* | *5* | *2* |  | *1* | *4* | *1* | *4* | *4* | *1* |
| **e4** |  | *1* | *5* | *0* |  | *2* | *2* |  | *3* |  |  | *2* |
| **e5** |  |  | *2* |  | *0* |  |  | *3* | *1* |  |  | *1* |
| **e6** | *2* | *2* |  | *2* |  | *0* | *1* |  |  |  |  |  |
| **e7** | *2* | *1* | *1* | *2* |  | *1* | *0* | *2* |  |  | *5* | *3* |
| **e8** | *1* |  | *4* |  | *3* |  | *2* | *0* |  | *3* |  | *5* |
| **e9** |  |  | *1* | *3* | *1* |  |  |  | *0* | *2* |  |  |
| **e10** |  |  | *4* |  |  |  |  | *3* | *2* | *0* |  |  |
| **e11** | *2* |  | *4* |  |  |  | *5* |  |  |  | *0* |  |
| **e12** | *1* | *1* | *1* | *2* | *1* |  | *3* | *5* |  |  |  | *0* |

Найти кратчайшие пути от начальной вершины e1 ко всем остальным вершинам

Воспользуемся алгоритмом Дейкстры

I(e1) = 0+; l(ei) = ∞, для всех i ≠1, p = e1

Результаты итерации запишем в таблицу

|  |  |
| --- | --- |
|  | 1 |
| e1 | 0+ |
| e2 | ∞ |
| e3 | ∞ |
| e4 | ∞ |
| e5 | ∞ |
| e6 | ∞ |
| e7 | ∞ |
| e8 | ∞ |
| e9 | ∞ |
| e10 | ∞ |
| e11 | ∞ |
| e12 | ∞ |

Гe1 = {e3, e6, e7, e8, e11, e12} - все пометки временные, уточним их:

l(e3) = min[∞, 0++5] = 5;

l(e6) = min[∞, 0++2] = 2;

l(e7) = min[∞, 0++2] = 2;

l(e8) = min[∞, 0++1] = 1;

l(e11) = min[∞, 0++2] = 2.

l(e12) = min[∞, 0++1] = 1.

l(ei+) = min[l(ei)] = l(e8) = 1;

Вершина e8 получает постоянную пометку l(e8) = 1+, p = e8

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 |
| e1 | 0+ | ∞ |
| e2 | ∞ | ∞ |
| e3 | ∞ | 5 |
| e4 | ∞ | ∞ |
| e5 | ∞ | ∞ |
| e6 | ∞ | 2 |
| e7 | ∞ | 2 |
| e8 | ∞ | 1+ |
| e9 | ∞ | ∞ |
| e10 | ∞ | ∞ |
| e11 | ∞ | 2 |
| e12 | ∞ | 1 |

Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe8 = {e1, e3, e5, e7, e10, e12}

Временные пометки имеют вершины e3, e5, e7, e10, e12 – уточняем их:

l(e3) = min[5, 1++4] = 5;

l(e5) = min[∞,1++3] = 4;

l(e7) = min[2,1++2] = 2.

l(e10) = min[∞, 1++3] = 4;

l(e12) = min[1,1++5] = 1;

l(ei+) = min[l(ei)] = l(e12) = 1;

Вершина e12 получает постоянную пометку l(e12) = 1+, p = e12

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 |
| e1 | 0+ |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e3 | ∞ | 5 | 5 |
| e4 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e5 | ∞ | ∞ | 4 |
| e6 | ∞ | 2 | 2 |
| e7 | ∞ | 2 | 2 |
| e8 | ∞ | 1+ |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ |
| e10 | ∞ | ∞ | 4 |
| e11 | ∞ | 2 | 2 |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |

Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe12 = {e1, e2, e3, e4, e5, e7, e8}

Временные пометки имеют вершины e2, e3, e4, e5, e7 - уточняем их:

l(e2) = min[∞, 1+ +1] = 2;

l(e3) = min[5, 1++1] = 2;

l(e4) = min[∞, 1+ +2] = 3;

l(e5) = min[4, 1++1] = 2;

l(e7) = min[2, 1+ +3] = 2;

l(ei+) = min[l(ei)] = l(e2) = 2;

Вершина e2 получает постоянную пометку l(e2) = 2+, p = e2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
| e1 | 0+ |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 2+ |
| e3 | ∞ | 5 | 5 | 2 |
| e4 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 |
| e5 | ∞ | ∞ | 4 | 2 |
| e6 | ∞ | 2 | 2 | 2 |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2 |
| e8 | ∞ | 1+ |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e10 | ∞ | ∞ | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | ∞ |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |

Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe2 = {e4, e6, e7, e12}

Временные пометки имеют вершины e4, e6, e7 - уточняем их:

l(e4) = min[3, 2++1] = 3;

l(e6) = min[2, 2++2] = 2;

l(e7) = min[2, 2++1] = 2;

I(ei+) = min[I(ei)] = l(e3) = 2

Вершина e3 получает постоянную пометку l(e3) = 2+, p = e3

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 2+ |  |
| e3 | ∞ | 5 | 5 | 2 | 2+ |
| e4 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 |
| e5 | ∞ | ∞ | 4 | 2 | 2 |
| e6 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 |
| e8 | ∞ | 1+ |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ |
| e10 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |

Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe3 = {e1, e4, e5, e7, e8, e9, e10, e11, e12}

Временные пометки имеют вершины e4, e5, e7, e9, e10, e11 - уточняем их:

l(e4) = min[3, 2++5] = 3;

l(e5) = min[2, 2++2] = 2;

l(e7) = min[2, 2++1] = 2;

l(e9) = min[∞, 2++1] = 3;

l(e10) = min[4, 2++4] = 4;

l(e11) = min[2, 2++4] = 2;

I(ei+) = min[I(ei)] = l(e5) = 2

Вершина e3 получает постоянную пометку l(e5) = 2+, p = e5

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 2+ |  |  |
| e3 | ∞ | 5 | 5 | 2 | 2+ |  |
| e4 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 |
| e5 | ∞ | ∞ | 4 | 2 | 2 | 2+ |
| e6 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| e8 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 3 |
| e10 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |

Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe5 = {e3, e8, e9, e12}

Временные пометки имеет вершина e9 - уточняем её:

l(e9) = min[3, 2++1] = 3;

I(ei+) = min[I(ei)] = l(e6) = 2

Вершина e3 получает постоянную пометку l(e6) = 2+, p = e6

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 2+ |  |  |  |
| e3 | ∞ | 5 | 5 | 2 | 2+ |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e5 | ∞ | ∞ | 4 | 2 | 2 | 2+ |  |
| e6 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| e8 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |

Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe6 = {e1, e2, e4, e7}

Временные пометки имеет вершина e4, e7 - уточняем её:

l(e4) = min[3, 2++2] = 3;

l(e7) = min[3, 2++1] = 3;

I(ei+) = min[I(ei)] = l(e7) = 2

Вершина e3 получает постоянную пометку l(e7) = 2+, p = e7

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 2+ |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | 5 | 5 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e5 | ∞ | ∞ | 4 | 2 | 2 | 2+ |  |  |
| e6 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |
| e8 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |

Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe7 = {e1, e2, e3, e4, e6, e8, e11, e12}

Временные пометки имеет вершина e4, e10, e11 - уточняем её:

l(e4) = min[3, 2++2] = 3;

l(e10) = min[4, 2++5] = 4;

l(e11) = min[2, 2++5] = 2;

I(ei+) = min[I(ei)] = l(e11) = 2

Вершина e3 получает постоянную пометку l(e11) = 2+, p = e11

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | 5 | 5 | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e5 | ∞ | ∞ | 4 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e6 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |
| e8 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |  |

Все вершины имеют постоянные метки, поэтому просто помечаем e11 и переходим на следующую итерацию.

Гe11 = {e1, e3, e7}

I(ei+) = min[I(ei)] = l(e4) = 3

Вершина e4 получает постоянную пометку l(e4) = 3+, p = e4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | 5 | 5 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |
| e5 | ∞ | ∞ | 4 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e6 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |
| e8 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| e10 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |

Не все вершины имеют постоянные пометки,

Гe4 = {e2, e3, e6, e7, e9, e12}

Временную пометку имеет вершина e9 - уточняем её:

l(e9) = min[3, 3++3] = 3;

I(ei+) = min[I(ei)] = l(e9) = 3

Вершина e3 получает постоянную пометку l(e9) = 3+, p = e3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | 5 | 5 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |
| e5 | ∞ | ∞ | 4 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e6 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e8 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |
| e10 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |

Осталась одна вершина e10 для которой l(e9) = min[4, 3 + 2] = 4

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| e1 | 0+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e2 | ∞ | ∞ | ∞ | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e3 | ∞ | 5 | 5 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |  |
| e5 | ∞ | ∞ | 4 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |  |
| e6 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |  |
| e7 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |  |
| e8 | ∞ | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e9 | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | ∞ | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3+ |  |
| e10 | ∞ | ∞ | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4 | 4+ |
| e11 | ∞ | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2+ |  |  |  |
| e12 | ∞ | 1 | 1+ |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Все метки постоянные, конец алгоритма.  
Минимальные пути к вершинам равны их постоянным меткам.